

مرحله‌ی یکم سی و سومین المپیاد کامپیوتر کشور

- زمان آزمون ۱۲۰ دقیقه است.
- پاسخ درست به هر سوال ۴ نمره‌ی مثبت و پاسخ نادرست به هر سوال ۱ نمره‌ی منفی دارد.
- ترتیب گزینه‌ها به طور تصادفی است. حتماً کد دفترچه را وارد پاسخ‌نامه کنید.
- سوالات ۷ تا ۱۵ در دسته‌های چند سوالی آمده‌اند و قبل از هر دسته توضیحی ارائه شده است.

۱ چهار خودرو در یک مسیر، مسابقه می‌دهند. خودروها در ابتدای مسابقه، از جلو به عقب به ترتیب با ۱ تا ۴ شماره‌گذاری شده‌اند. می‌دانیم در طول مسابقه مجموعاً دو بار عمل سبقت رخ می‌دهد (در هر عمل سبقت، یک خودرو از خودروی جلویی سبقت می‌گیرد). در انتهای مسابقه، چند ترتیب مختلف از خودروها برای عبور از خط پایان می‌تواند وجود داشته باشد (ترتیب انجام سبقت‌ها مهم نیست و صرفاً وضعیت نهایی خودروها مهم است)؟

۷ (۱) ۸ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۹ (۵)

۲ امین در یک آزمون با تعدادی سوال پنج گزینه‌ای شرکت کرده است. پاسخ درست به هر سوال، چهار امتیاز مثبت و پاسخ نادرست به هر سوال، یک امتیاز منفی دارد؛ هم‌چنین برای سوالات نزده (سوالاتی که امین به آن‌ها پاسخ نداده)، صفر امتیاز در نظر گرفته می‌شود. امین برای ۱۰ سوال از آزمون، پس از حذف قطعی سه گزینه، بین دو گزینه‌ی دیگر به صورت تصادفی و با احتمال برابر یکی را انتخاب کرده است. پس از اتمام آزمون، امین شک کرد که شاید بهتر بود تمام آن ۱۰ سوال را نزده باقی می‌گذاشت. احتمال آن که امین از مجموع این ۱۰ سوال امتیاز منفی دریافت کند چه قدر است؟

(۱) بین ۱۰ تا ۲۰ درصد (۲) بین ۵ تا ۱۰ درصد (۳) بین ۲۰ تا ۵۰ درصد (۴) کم‌تر از ۵ درصد (۵) بیش از ۵۰ درصد

۳ یک تیم، شش نفر با شماره‌های ۱ تا ۶ دارد. می‌دانیم:

- سه نفر از اعضای تیم، هر کدام، یک دوست درون تیم دارند.
- دو نفر از اعضای تیم، هر کدام، دو دوست درون تیم دارند.
- یک نفر از اعضای تیم، سه دوست درون تیم دارد.

دوستی‌های بین افراد تیم، دو طرفه است (یعنی اگر A دوست B باشد، B نیز دوست A است). چند حالت مختلف از دوستی این افراد با شرایط گفته شده وجود دارد؟ دو حالت را متفاوت گوییم، اگر دو نفر مانند X و Y وجود داشته باشند که در یک حالت، دوست باشند و در حالت دیگر، دوست نباشند.

۷۲۰ (۱) ۱۰۰۰ (۲) ۹۰۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۱۸۰ (۵)

۴ امیرمحمد و سینا با هم یک بازی می‌کنند. امیرمحمد در جاده‌ای راه می‌رود و سینا او را دنبال می‌کند. آن‌ها از قبل، شش اسکناس با ارزش‌های $\langle ۸, ۳, ۶, ۳, ۱۰, ۹ \rangle$ را به ترتیب (از چپ به راست) در طول جاده انداخته‌اند. هر کسی زودتر به اسکناسی برسد می‌تواند آن را بردارد، ولی فرد عقب‌تر از او جلو می‌زند و ترتیب دو نفر عوض می‌شود. اگر فرد جلوتر اسکناس را بردارد، فرد عقب‌تر می‌تواند اسکناس را بردارد و ترتیب دو نفر هم عوض نمی‌شود. هر کسی می‌خواهد بیش‌ترین پول را برای خود جمع کند. حداکثر پولی که امیرمحمد می‌تواند در انتها جمع کند چه قدر است؟

۲۲ (۱) ۲۱ (۲) ۲۴ (۳) ۲۳ (۴) ۲۵ (۵)

مرحله‌ی یکم سی و سومین المپیاد کامپیوتر کشور

یک آب‌خوری با سه شیر آب در حیاط وجود دارد. سرعت آب ورودی به این آب‌خوری ثابت است، به این صورت که:

- اگر فقط یک شیر آب باز باشد، یک بطری را در پنج دقیقه پُر می‌کند.
- اگر دو شیر آب باز باشند، هر یک از آن‌ها نصف یک بطری را در پنج دقیقه پُر می‌کند.
- اگر هر سه شیر آب باز باشند، هر شیر آب، $\frac{1}{3}$ یک بطری را در پنج دقیقه پُر می‌کند.

سارا ساعت ۰۰:۰۰:۰۸ شروع به پر کردن بطری‌اش می‌کند که دو دقیقه پس از آن، هستی به آب‌خوری می‌رود و شیر دیگری را باز می‌کند تا بطری‌اش را پر کند. زهرا سه دقیقه بعد از هستی به آب‌خوری می‌رود. زهرا می‌تواند هر موقع که خواست شیر سوم را باز کند و شروع به پر کردن بطری‌اش کند. زودترین زمانی که او می‌تواند پر کردن بطری‌اش را به پایان برساند، کدام است؟ توجه کنید که اندازه‌ی تمام بطری‌ها یکسان است و هم‌چنین هر کسی که بطری‌اش به طور کامل پر شود، همان لحظه شیر آبی را که باز کرده، می‌بندد.

(۱) ۸:۱۵:۰۰ (۲) ۸:۱۲:۳۰ (۳) ۸:۲۰:۰۰ (۴) ۸:۱۷:۵۰ (۵) ۸:۱۷:۰۰

در ابتدا مقادیر زیر را داریم:

$$A[0] = 40 \quad A[1] = 12 \quad A[2] = 10 \quad A[3] = 21 \quad A[4] = 17$$

الگوریتم زیر را اجرا می‌کنیم:

۱. مقدار sum را برابر ۰ قرار بده.

۲. به ازای k از ۱ تا ۵ انجام بده:

۱-۲. به ازای i از ۰ تا ۴ انجام بده:

۱-۱-۲. j را برابر i قرار بده.

۲-۱-۲. تا وقتی j از ۵ کم‌تر است انجام بده:

۱-۲-۱-۲. مقدار sum را به اندازه‌ی $A[j]$ زیاد کن.

۲-۲-۱-۲. مقدار j را به اندازه‌ی k زیاد کن.

در انتهای اجرای الگوریتم، مقدار sum چه خواهد بود؟

(۱) ۷۸۳ (۲) ۱۰۰ (۳) ۸۵۶ (۴) ۲۳۲ (۵) ۵۰۰

در بازی شکرز، یک جدول $n \times n$ داریم، که در ابتدا روی یک خانه‌ی آن مهره‌ای سفید، و روی برخی دیگر از خانه‌ها مهره‌ای سیاه قرار دارد. در هر مرحله، مهره‌ی سفید می‌تواند به یک خانه‌ی خالی هم‌سطر یا هم‌ستون برود، به شرط آن که در مسیر مستقیم خانه‌ی فعلی مهره‌ی سفید تا خانه‌ی مقصد، دقیقاً یک مهره‌ی سیاه قرار داشته باشد. پس از حرکت مهره‌ی سفید مهره‌ی سیاهی که از روی آن پریده شده، حذف می‌شود. می‌خواهیم در ابتدا، بیش‌ترین تعداد مهره‌ی سیاه را روی جدول قرار دهیم، طوری که بتوانیم با تعدادی مرحله همه‌ی مهره‌های سیاه را از جدول حذف کنیم.

مرحله‌ی یکم سی و سومین المپیاد کامپیوتر کشور

با توجه به توضیحات بالا به ۲ سوال زیر پاسخ دهید

۷ بیش‌ترین تعداد مهره‌ی سیاه به‌ازای $n = 3$ چه‌قدر است؟

۶ (۱) ۷ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)

۸ بیش‌ترین تعداد مهره‌ی سیاه به‌ازای $n = 4$ چه‌قدر است؟

۶ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۷ (۵)

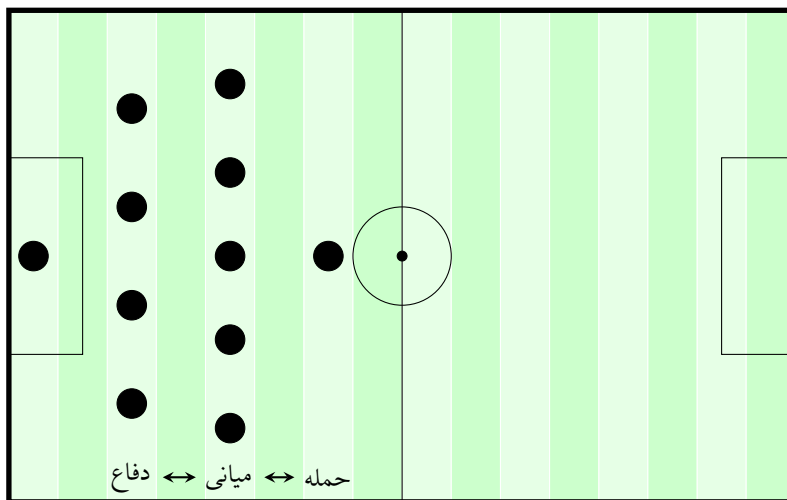
در این دسته سوال، با یک تیم فوتبال سر و کار داریم که ۱۱ بازی‌کن در آن عضو هستند. در یک چینش تیم، بازی‌کن‌ها در ۱۱ جایگاه متمایز قرار می‌گیرند. آن‌ها در ابتدا در یک چینش اولیه قرار گرفته‌اند. بازی‌کن‌های تیم می‌توانند جابه‌جا شوند و یک چینش جدید بسازند. چینش جدید می‌تواند همان چینش اولیه هم باشد. می‌خواهیم تعداد چینش‌های جدید تیم با شرایط گفته شده در هر سوال را حساب کنیم. دو چینش را متمایز در نظر می‌گیریم، اگر جایگاهی وجود داشته باشد که بازی‌کن آن جایگاه، در این دو چینش متفاوت باشند.

با توجه به توضیحات بالا به ۲ سوال زیر پاسخ دهید

۹ در این سوال، به جز دروازه‌بان، چهار بازی‌کن در خط دفاع، پنج بازی‌کن در خط میانی و یک بازی‌کن در خط حمله حضور دارند. جایگاه‌های مجاز هر بازی‌کن در چینش جدید، به صورت زیر است:

- دروازه‌بان چینش اولیه، باید سر جایش باقی بماند.
- هر بازی‌کن خط دفاع از چینش اولیه، می‌تواند در یکی از جایگاه‌های خط دفاع یا خط میانی بازی کند.
- هر بازی‌کن خط میانی از چینش اولیه، می‌تواند در تمام جایگاه‌ها به جز جایگاه دروازه‌بان بازی کند.
- هر بازی‌کن خط حمله از چینش اولیه، می‌تواند در یکی از جایگاه‌های خط میانی یا خط حمله بازی کند.

با این شرایط، چند چینش جدید برای تیم وجود دارد؟



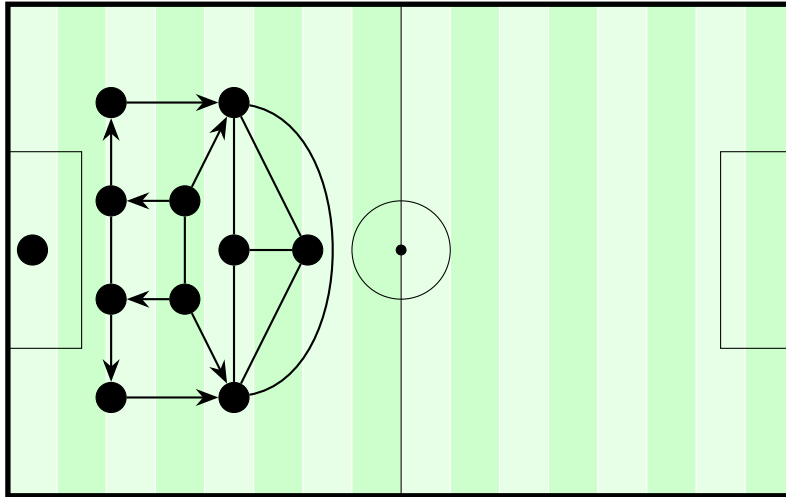
۹۲۱۶۰ (۵) ۱۰۰۸۰۰۰ (۴) ۳۲۶۵۹۲۰ (۳) ۳۶۲۸۸۰۰ (۲) ۱۳۷۰۸۸۰ (۱)

مرحله‌ی یکم سی و سومین المپیاد کامپیوتر کشور

در این سوال، مطابق شکل زیر، هر بازی‌کن مانند P می‌تواند در جایگاه‌های زیر بازی کند:

- در جایگاه خودش در چینش اولیه
- در جایگاه بازی‌کن‌هایی مانند Q که P و Q در شکل، با خطی بدون جهت به هم وصل شده باشند.
- در جایگاه بازی‌کن‌هایی مانند Q که در شکل، خطی جهت‌دار از P به Q موجود باشد.

با این شرایط، چند چینش جدید برای تیم وجود دارد؟



۷۲۰ (۵)

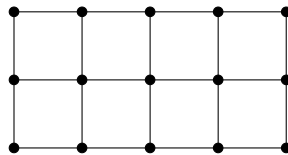
۹۶ (۴)

۴۸ (۳)

۲۴ (۲)

۱۰۲۴ (۱)

شبکه‌ی 5×3 زیر را در نظر بگیرید. به دو نقطه مجاور می‌گوییم اگر با یک پاره‌خط مستقیم (بدون عبور از نقطه‌ای دیگر)، به هم وصل شده باشند.



با توجه به توضیحات بالا به ۳ سوال زیر پاسخ دهید

۱۱ حداقل چند نقطه را باید علامت بزنیم، به طوری که هر نقطه‌ی بی‌علامت با حداقل یک نقطه‌ی علامت‌دار، مجاور باشد؟

۷ (۵)

۶ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

۱۲ پاسخ سوال قبل را k نقطه در نظر بگیرید. به چند روش می‌توانیم k نقطه را علامت بزنیم، به طوری که هر نقطه‌ی بی‌علامت با حداقل یک نقطه‌ی علامت‌دار، مجاور باشد؟

۲ (۵)

۳ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۱ (۱)

مرحله‌ی یکم سی و سومین المپیاد کامپیوتر کشور

حداقل چند نقطه را باید علامت بزینیم، به طوری که هر نقطه‌ی بی‌علامت با حداقل دو نقطه‌ی علامت‌دار، مجاور باشد؟

۱۳

۶ (۵)

۵ (۴)

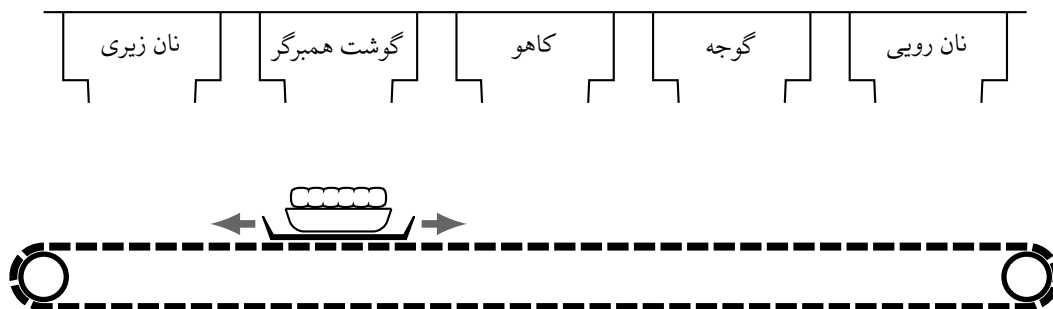
۹ (۳)

۷ (۲)

۸ (۱)

سندی‌سنجابه برای رستوران آقای خرچنگ، یک دستگاه برگرساز جدید ساخته است. مطابق شکل زیر، این دستگاه پنج مخزن مواد غذایی دارد که در یک ردیف، بالای یک تسمه‌ی متحرک قرار گرفته‌اند. مخزن‌ها به ترتیب از چپ به راست دارای نان زیری همبرگر، گوشت همبرگر، کاهو، گوجه، و نان رویی همبرگر هستند. برای درست کردن یک همبرگر، باب‌اسفنجی (سراشیز رستوران) ابتدا باید یک سینی را روی تسمه‌ی متحرک و دقیقاً زیر خروجی چپ‌ترین مخزن (نان زیری) قرار دهد. دستگاه دو دکمه دارد که باب‌اسفنجی با فشردن آن‌ها، سینی را (در صورت امکان) یک واحد به راست یا چپ حرکت می‌دهد. هر دفعه که سینی، زیر خروجی یک مخزن قرار بگیرد، یک واحد از ماده‌ی غذایی آن مخزن، به صورت خودکار به روی سینی، بالای مواد قبلی (در صورت وجود) افزوده می‌شود. به این ترتیب، هر همبرگر از تعدادی طبقه (ماده‌ی غذایی) تشکیل می‌گردد. نان‌های زیری و رویی همبرگر نیز جزء طبقات محسوب می‌شوند. بنا به دستور آقای خرچنگ، هر همبرگر لازم است دو ویژگی زیر را داشته باشد:

- ماده‌ی هیچ دو طبقه‌ی متوالی آن یکسان نباشند.
- پایین‌ترین طبقه‌ی آن، یک نان زیری، و بالاترین طبقه‌ی آن یک نان رویی باشد و در طبقه‌ی دیگری، از نان استفاده نشده باشد.



با توجه به توضیحات بالا به ۲ سوال زیر پاسخ دهید

باب‌اسفنجی چند همبرگر ۱۵ طبقه‌ی متفاوت می‌تواند با این دستگاه درست کند؟

۱۴

۳۶۴ (۵)

۳۲ (۴)

۱۲۸ (۳)

۶۲۵ (۲)

۸۱ (۱)

به دلیل استقبال مشتریان از همبرگرها، سندی‌سنجابه دستگاه را ارتقا داده و یک مخزن پنیر را بین مخزن گوشت همبرگر و مخزن کاهو اضافه کرده است. با دستگاه همبرگرساز جدید، باب‌اسفنجی چند همبرگر ۸ طبقه‌ی متفاوت می‌تواند درست کند؟

۱۵

۱۶ (۵)

۱ (۴)

۳ (۳)

۸ (۲)

۹ (۱)